

Colección “Matemática Educativa y Tecnología”

**APLICACIONES SOBRE LA
MODELACIÓN, LA
VISUALIZACIÓN Y USO DE
REPRESENTACIONES EN LA ERA
NUMÉRICA**

Editores:

Dávila Araiza , María Teresa

Romero Félix, César Fabián

Hitt, Fernando

Colección: Matemática Educativa y Tecnología

Editores de la colección:

Fernando Hitt Espinosa

José Carlos Cortés Zavala

Comité Editorial

María Teresa Dávila Araiza

Universidad de Sonora

México

César Fabián Romero Félix

Universidad de Sonora

México

Fernando Hitt Espinosa

Université du Québec à Montréal

Canada.

Primera edición: 20 de noviembre de 2023

Aplicaciones sobre la modelación, la visualización y
uso de representaciones en la era numérica

Dávila Araiza, M.T., Romero Félix C.F y Hitt, F.
(Eds.)

México: Editorial AMIUTEM

(Colección Matemática Educativa y Tecnología)

ISBN: 978-607-98603-3-2

Prólogo

Irene Vallejo, la joven promesa de la literatura Española, en su libro “El Infinito en un Junco” inicia su obra diciendo:

“Misteriosos grupos de hombres a caballo recorren los caminos de Grecia. Los campesinos los observan con desconfianza desde sus tierras o desde las puertas de sus cabañas. La experiencia les ha enseñado que solo viaja la gente peligrosa: soldados, mercenarios y traficantes de esclavos. Arrugan la frente hasta que los ven hundirse otra vez en el horizonte. No les gustan los forasteros armados.

Los jinetes cabalgan sin fijarse en los aldeanos. Para cumplir su tarea deben aventurarse por los violentos territorios de un mundo en guerra casi permanente”

Más adelante nos informa, que esa tarea que deben cumplir, y que fue un encargo del Rey de Egipto (Ptolomeo III), es buscar Libros, todo tipo de libros y que serán almacenados en la gran Biblioteca de Alejandría.

Irene menciona “La invención de los libros ha sido tal vez el mayor triunfo en nuestra terca lucha contra la destrucción”.

Quise retomar la visión de Irene Vallejo como el inicio del prólogo, para reafirmar que cada libro que se escribe es importante para la humanidad. Así que mi querido lector, todos los autores de este material te agradecemos por haber abierto estas paginas y esperamos que encuentres en este libro beneficios.

El libro “*Aplicaciones sobre la modelación, la visualización y uso de representaciones en la era numérica*” es la parte práctica del libro anterior llamado “*Modelación, la visualización y uso de representaciones en la era numérica*”, por lo que es conveniente retomar lo escrito por Esnel Pérez, autor del prólogo del libro “*Modelación, la visualización y uso de representaciones en la era numérica*”. Pérez menciona lo siguiente:

“El título mismo, *Modelación, Visualización y Representaciones en la Era Numérica*, me llevó a preguntarme ¿cuál es la significación que a partir de la lectura del texto habría de encontrar para tal expresión?

El título me permitió suponer que el contenido está articulado sobre tres grandes ejes de discusión, importantes por demás en Educación Matemática: Modelación, Visualización y Representaciones; que, si bien son distinguibles uno del otro, no se excluyen mutuamente; además de un cuarto eje, el uso de tecnología (designado implícitamente por la expresión “En la Era Numérica”), que se entrecruza con los tres primeros.”

En este nuevo libro encontrarás algunas aplicaciones de las temáticas tratadas en el volumen anterior. Se compone de quince capítulos y cada uno de ellos se desarrolla proponiendo una actividad de aprendizaje.

En el capítulo uno, Del Castillo, Ibarra y Armenta desarrollan una secuencia didáctica o actividad para el aula partiendo de una situación cotidiana la Señalización de protección civil. Mencionan

“La estructura de la secuencia didáctica incluye actividades de apertura, desarrollo y cierre, acorde al planteamiento de Díaz-Barriga (2013), y es consistente con los planes y programas vigentes del bachillerato en México (SEP, 2017). Para el desarrollo de la secuencia se han incluido momentos de trabajo individual, en equipos y grupal. La reflexión individual, las interacciones con el grupo y con el profesor son importantes para promover los momentos de argumentación y la negociación de los significados construidos.

Boissinotte, en el capítulo dos propone una actividad para encontrar el mejor costo para instalar un cable, menciona “Nuestro objetivo es lograr que los estudiantes (futuros profesores de secundaria) reconozcan el potencial de Modelado 3D producido en software de geometría dinámica para resolver ciertos Problemas que involucran visualización espacial”. Recomienda, como metodología de trabajo, ACODESA¹ y propone su actividad a través de seis bloques.

Actividades sobre el uso de las operaciones entre vectores para la parametrización de superficies en tres dimensiones es el capítulo tres, los autores, Soto, Urrea Bernal y Romero hacen uso del GeoGebra para tratar las operaciones entre vectores, proponen tres secuencias didácticas donde cada una de ellas se compone de actividades para el aula.

En capítulo cuatro, escrito por Martínez y Olvera, proponen una actividad relacionada con las horas de luz solar, con esta actividad mencionan que pretenden “Que los estudiantes generen un modelo matemático de un contexto real sobre la duración de luz solar con datos que se pueden recuperar en una base que se actualizan en tiempo real. El contexto propuesto es propicio para promover el estudio de fenómenos reales que involucra periodicidad, por lo que la actividad promueve el estudio de la función seno y/o coseno a través de diferentes representaciones. La actividad se compone de cuatro momentos y cada momento es tratado a través de preguntas.

Modelizar el movimiento uniforme apoyados con un sensor de movimiento para obtener un acercamiento a la función lineal y que los estudiantes comprendan que: la gráfica distancia/tiempo que da el sensor es una representación del movimiento. Es la propuesta de Hernández, Santillán y Pérez y para ello proponen cuatro actividades que son presentadas en el capítulo cinco.

Dando continuidad al capítulo anterior en el capítulo seis los mismos autores proponen otra actividad llamada “Gráficas dinámicas ligadas”, ahí proponen tres actividades que tienen como objetivo descubrir relaciones entre la gráfica de d/t y la de v/t , manipulando la gráfica.

En el capítulo siete Grijalva y Dávila proponen dos actividades didácticas que pretenden apoyar el estudio de la integral mediante el desarrollo de procesos de visualización. Las actividades diseñadas tienen como propósito promover, como punto de partida, el significado de integral como función de área, no el de integral definida como valor fijo correspondiente al área de una región estática.

Zaldívar Rojas y Vega Herrera son los encargados de la escritura del capítulo ocho, en el cual se desarrollan diez actividades para promover el uso de gráficas en la solución de sistemas de ecuaciones lineales con las cuales intentan promover la visualización matemática.

¹ ACODESA: Aprendizaje Colaborativo, Debate Científico y Autoreflexión

Romero continua, en el capítulo nueve, con actividades para promover la visualización para encontrar raíces de funciones a través del método de Bisección y del Newton-Raphson. La propuesta incluye dos actividades, organizadas en tres etapas cada una: problema inicial, discusión grupal y ejercicios.

El capítulo diez, escrito por Ibarra y Montiel presenta la situación de estimar la temperatura. Esta actividad se desarrolla en tres etapas y tiene como objetivo que los y las profesoras participantes realicen estimaciones acerca de las temperaturas entre dos ciudades a fin de promover el análisis e interpretación geométrica del Teorema de Tales.

Las mismas autoras proponen, en el capítulo once, una actividad sobre Antenas telefónicas como un medio para conceptualizar la mediatriz.

Que los estudiantes aprendan a construir estructuras cognitivas y que ligen los procesos algebraicos en papel y lápiz, junto con los visuales con la ayuda de la geometría dinámica y el Cas de GeoGebra, es el objetivo de la propuesta que desarrolla Hitt en el capítulo doce. Es una actividad que se implementa en el aula utilizando la metodología ACODESA.

Guarín, Parada Rico y Fiallo son los autores de Capítulo trece que lleva por nombre “Nociones de aproximación y Tendencia”. Para los autores una mejor comprensión del concepto de límite de una función en un punto es el que los estudiantes tengan idea de lo que es una aproximación y una tendencia. El Capítulo se desarrolla a través de cinco actividades en las cuales se hace uso de un applet realizado en GeoGebra.

En los Capítulos catorce y quince se trabaja la generalización algebraica, en el aprendizaje formal de álgebra. Hitt y Saboya presentan una actividad denominada “El jardín de calabazas” y Hitt y Quiroz proponen la actividad “Rectángulos y círculos”. En ambas actividades se emplea la metodología ACODESA, por lo que se desarrolla la actividad en cinco etapas. En cada una de las actividades se utiliza un applet de GeoGebra.

Así que, estimado lector, esperamos que las actividades presentadas en este volumen te sean de utilidad, es importante aclarar que la editorial AMIUTEM² no persigue fines de lucro, por lo cual los libros editados bajo este sello son de libre circulación y completamente Gratis.

Como parte final de este prologo, recordarte que AMIUTEM es una Asociación formada por profesores de matemáticas de diferentes niveles educativos y que uno de los objetivos sociales que persigue es el de promover el uso de la tecnología en el aprendizaje de las matemáticas, por lo que ponemos este material en tus manos para que nos ayudes con esta labor.

Morelia, México

José Carlos Cortés Zavala

² Asociación Mexicana de Investigadores en el Uso de Tecnología para la Enseñanza de las Matemáticas.

Contenido

Capítulo 1: Señalización para Protección Civil	1
Ana Guadalupe del Castillo B., Silvia E. Ibarra O., Maricela Armenta C.	
Capítulo 2: Activité pour les futurs enseignants de mathématiques : Recherche du meilleur coût pour l'installation d'un câble	29
Christian Boissinotte	
Capítulo 3: Actividades sobre el uso de las operaciones entre vectores para la parametrización de superficies en tres dimensiones	49
José Luis Soto Munguía, Manuel Alfredo Urrea Bernal, César Fabián Romero Félix.	
Capítulo 4: Horas de luz solar	63
Cesar Martínez Hernández, María del Carmen Olvera Martínez.	
Capítulo 5: Caminando frente al sensor de movimiento	73
Armando Hernández Solís, Marco Antonio Santillán Vázquez, Héctor Pérez Aguilar.	
Capítulo 6: Gráficas dinámicas ligadas	83
Armando Hernández Solís, Marco Antonio Santillán Vázquez, Héctor Pérez Aguilar.	
Capítulo 7: Actividades para la exploración gráfica de la integral y sus propiedades elementales	91
Agustín Grijalva Monteverde, María Teresa Dávila Araiza.	
Capítulo 8: Sistemas de Ecuaciones Lineales con dos incógnitas a través de la Visualización	101
José David Zaldívar Rojas, Beatriz Adriana Vega Herrera.	
Capítulo 9: Visualización de métodos numéricos para aproximar raíces de funciones	125
César Fabián Romero Félix	
Capítulo 10: Situación 1: Estimando la temperatura	149
María Antonieta Rodríguez Ibarra, Gisela Montiel Espinosa.	
Capítulo 11: Antenas telefónicas	162
María Antonieta Rodríguez Ibarra, Gisela Montiel Espinosa.	
Capítulo 12: Visualización matemática y GeoGebra	173
Fernando Hitt	
Capítulo 13: Nociones de Aproximación y Tendencia	179
Sergio Alexander Guarín Amorocho, Sandra Evely Parada Rico, Jorge Enrique Fiallo Lea.	
Capítulo 14: Le Jardin des Citrouilles	187

Fernando Hitt, Mireille Saboya.

Capítulo 15: Rectángulos y círculos

199

Samantha Quiroz Rivera, Fernando Hitt.

Capítulo 15: Rectángulos y círculos

Actividad didáctica

Samantha Quiroz Rivera¹, Fernando Hitt².

Problemática y propósitos de aprendizaje

Que los estudiantes inicien procesos de generalización donde se promueva la articulación entre la aritmética y el álgebra considerando la noción de variable y con ello apoyar la transición de la escuela primaria a secundaria.

Conceptos matemáticos involucrados

Generales: Generalización en contextos de secuencias visuales y numéricas para la articulación entre la aritmética y el álgebra incluyendo la noción de variable.

Específicos: La resolución de problemas de generalización involucrando el análisis de patrones, es un elemento esencial en los procesos de articulación entre la aritmética y el álgebra. La predicción, la conjetura y la validación, en ambientes de trabajo en colaboración son esenciales en el aprendizaje de las matemáticas en un acercamiento sociocultural del aprendizaje.

Nivel de estudios

Quinto o sexto grado de primaria y primer año de secundaria (alumnos de 10 a 13 años).

Total de actividades y duración aproximada

Se ha presentado una sola actividad entre 6 de ellas (ver otro ejemplo en el capítulo de Hitt y Saboya en este mismo libro). Para esta actividad, puede realizarse en dos sesiones de 2 horas (para las primeras 3 etapas de ACODESA). La etapa de autorreflexión se realiza en casa o en otra sesión. La institucionalización se realiza al final en una presentación de 20 minutos.

Materiales necesarios

- Hojas de trabajo para cada estudiante, organizadas de acuerdo al método de enseñanza ACODESA.
- Una tableta para cada equipo, que incluya la actividad (applet GeoGebra).
- Proyector (para utilizar en discusiones grupales),
- Hojas de papel, bolígrafos de color azul, rojo y verde, para identificar cada una de las etapas de trabajo según el método de enseñanza ACODESA.

Método o recomendaciones de enseñanza

¹ Universidad Autónoma de Coahuila, México

² Université du Québec à Montréal, Canada.

Rectángulos y círculos

Las hojas de trabajo de la actividad se han elaborado siguiendo el método de enseñanza ACODESA (ver capítulo de Quiroz y Hitt 2019) : a) Trabajo individual, b) Trabajo en equipo, c) Trabajo en gran grupo, d) Autorreflexión, y e) Proceso de institucionalización.

Recordemos brevemente que el método ACODESA (ver Hitt y Quiroz, 2019) tiene un soporte teórico de una teoría sociocultural basada en una perspectiva vigotskiana (Vygotsky, 1932) junto con un acercamiento de la teoría de la actividad de Leontiev (1978). Es aconsejable constituir equipos de 2 o 3 personas y no más (ver por ejemplo las sugerencias de Prusak, Hershkowitz & Schwarz, 2013).

Se intenta propiciar en el aula un acercamiento sociocultural del aprendizaje de las matemáticas sobre el tema de la generalización (ver Saboya, M., Hitt, F., Quiroz S. et Antoun Z. en prensa).

Es importante que el profesor o la profesora sea un guía en las primeras tres etapas del método ACODESA, dejando a los alumnos predecir, conjeturar y validar por ellos mismos sus resultados. El profesor intenta en esas etapas de crear un ambiente de reflexión en el aula. No debe proporcionar respuestas, sino promover la reflexión con más preguntas que orienten al alumno o al equipo.

Una vez que los alumnos han terminado la cuarta etapa (proceso de autorreflexión, que consiste en una reconstrucción individual de lo realizado en las primeras tres etapas), el profesor haciendo mención de las representaciones que emergieron en las primeras etapas, introduce las representaciones institucionales.

A continuación, presentamos la actividad que se propone para utilizar directamente en el aula.

Referencias

Hitt, F., & Quiroz, S. (2019). Enseñanza de las matemáticas en un medio sociocultural y tecnológico. En S. Quiroz, E. Nuñez, M. Saboya y J-L. Soto (Eds.), *Investigaciones teórico-prácticas sobre la modelación matemática en un medio tecnológico*. AMIUTEM, México.

Hitt F., et Saboya M. (sous presse). Un dispositif cyclique pour la formation de futurs enseignants de mathématiques au secondaire à travers des situations d'investigation : une illustration de ce qui se fait au Québec. En S.E. Ibarra Olmos, A. G. Del Castillo Bojórquez, S. Quiroz y J. D. Zaldívar Rojas (Eds.), *Modelación, visualización y representaciones en la era numérica*. AMIUTEM.

Hitt F., et Saboya M. (sous presse). Activité: Le jardin des citrouilles. En C. F. Romero Félix, M. T. Dávila Araiza y F. Hitt (Eds.), *Aplicaciones sobre la modelación, la visualización y uso de representaciones en la era numérica*. AMIUTEM.

Saboya, M., Hitt, F., Quiroz S. Et Antoun Z. (sous presse). La pensée arithmético-algébrique comme transition du primaire au secondaire : des situations d'investigation dans lesquelles modélisation et technologie jouent un rôle central. *Actes de l'EMF 2018*, Paris.

Rectángulos y círculos

Página 1

<p>Nombre del alumno: _____</p> <p>Nombre de los miembros del equipo: _____ _____ _____</p> <p>Grupo: _____</p> <p>Fecha: _____</p>	<p>Instrucciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> Para la primera actividad individual, utiliza una pluma azul. Para el trabajo en equipo, si modificas tú respuesta, utiliza una pluma roja. En el trabajo en grupo, si modificas tú respuesta de nuevo, utiliza una pluma verde. <p style="text-align: center;">Rectángulos y círculos</p> <div style="text-align: center;"> </div>
---	--

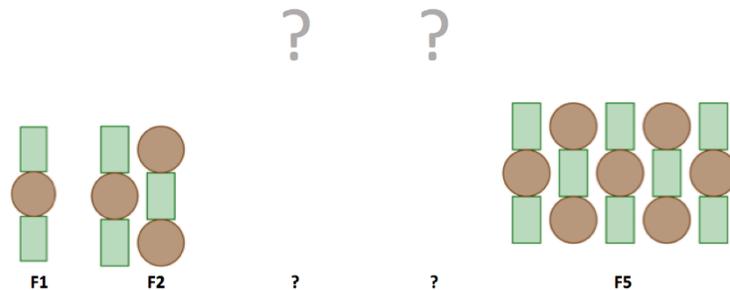
Página 2 – Situación y trabajo individual

Tenemos una serie de rectángulos y círculos arreglados como lo muestra la figura más abajo.

Te invitamos a efectuar un trabajo individual, después en equipo, y en gran grupo.

Finalmente, un regreso a una reflexión individual como será indicada por la profesora.

Enseguida te mostramos las dos primeras figuras y la quinta.

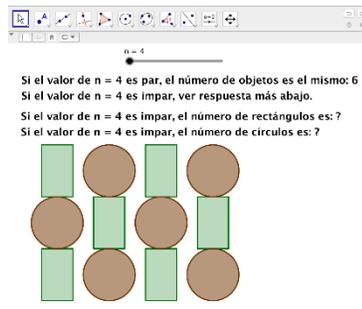


- Calcula el número de rectángulos y de círculos de la figura 3.
- ¿Tienes necesidad de realizar un dibujo para calcular el número de rectángulos y de círculos de la 4ª figura?

3. ¿Puedes encontrar una estrategia para calcular el número de rectángulos y círculos de la 5ª figura?

Página 3 – Trabajo en equipo

- Analizar el trabajo de tus compañeros para encontrar diferentes estrategias que te permitan de calcular el número rectángulos y de círculos de la 6ª figura. Escribe cada una de las estrategias.
- Una vez que tengan sus estrategias, y que han decidido que son correctas, calcula con cada una de las estrategias el número de calaveritas, el número de los ladrillos luminosos y el número rectángulos y de círculos de la 12ª figura. ¿Cuál es su resultado con cada estrategia que han utilizado? ¿Obtienes el mismo resultado con cada estrategia?
- Ahora, calcula con tus estrategias el número de rectángulos y de círculos para la 13ª figura.
- Utiliza la aplicación GeoGebra para verificar si sus estrategias corresponden a los resultados proporcionados por la aplicación GeoGebra. Si los resultados no corresponden, busca una explicación.



- Una vez que hayas terminado la etapa precedente, proporciona a tus compañeros un procedimiento o una fórmula que les permita de calcular el número de rectángulos y de círculos para cualquier figura de acuerdo a la misma forma como lo han hecho antes.

Página 4 – Discusión en gran grupo

- Discusión de lo que han hecho los equipos en las primeras etapas. Intenta comprender los procedimientos de tus compañeros basado en la argumentación y la validación.

Página 5 - Trabajo individual, autorreflexión

Un nuevo cuestionario será utilizado por cada alumno para trabajar en casa. Se trata de reconstruir los resultados que permitan de resolver la actividad.

Página 6 - Proceso de institucionalización realizado por el profesor o profesora

El profesor o profesora efectúa un análisis de la producción de los alumnos, acentuando los procesos de evolución de las representaciones espontáneas de los alumnos y su acercamiento en sus procesos aritméticos o algebraicos. En fin, el profesor o la profesora proporciona a los estudiantes los procesos aritméticos y algebraicos en tanto que procesos de generalización basados en los procesos numéricos de los alumnos y llegando a una expresión algebraica que permita el cálculo directo.